XXIII Olimpiada Mexicana de Matemáticas
Yucatán 2009
Primer Selectivo
Primer Día

10 de julio de 2009

La duración del examen es de 4 horas y 30 minutos.

Problema 1. Sea ABC un triángulo rectángulo con ángulo recto en C. Sobre los lados BC y AC, se construyen los cuadrados $BCDE$ y $AFGC$ (con sus vértices en sentido contrario de las manecillas del reloj) respectivamente. Denotemos por H la intersección de AE con BC y por K la intersección de BF y AC. Encontrar el valor del ángulo CKH.

Problema 2. Demuestra que la fracción $\dfrac{n^3+2n}{n^4+3n^2+1}$ es irreducible para todo número natural n.

Problema 3. En una carrera participan ocho competidores. ¿De cuántas maneras es posible premiar a los gandores de los dos primeros lugares si se permiten empates?

XXIII Olimpiada Mexicana de Matemáticas
Yucatán 2009
Primer Selectivo
Segundo Día

11 de julio de 2009

La duración del examen es de 4 horas y 30 minutos.

Problema 4. Sea n un entero positivo en cuya notacion decimal sólo aparece el dígito 3. Suponga que n es múltiplo de 383. ¿Cuál es el residuo de dividir $\frac{n}{383}$ entre 1000?

Problema 5. Hallar todas las ternas de números primos (p, q, r) tales que $p^q + p^r$ sea un cuadrado perfecto.

Problema 6. Sean $ABCD$ un trapecio (con sus vértices ordenados en el sentido de las manecillas del reloj) inscrito en una circunferencia con AB paralelo a CD. Sean P y Q puntos distintos sobre el arco CD que no pasa por A con D más cercano a P que a Q. Sean K el punto de intersección de BP con DQ y L el punto de intersección de AQ con CP. Demuestra que KL es paralela a AB.